

Travail Écrit de Mathématiques N°3 : Option

Durée : 45 minutes

Nom :

Prénom :

Note : / 6

Ex 1	Ex 2	Ex 3	Total
pts	pts	pts	pts

Informations

- Vous pouvez écrire au crayon.
- La calculatrice est autorisée.
- Le "*Formulaire et tables*" de la CRM est autorisé.
- Aucun autre document n'est autorisé.
- Les appareils connectés (Natel, Apple Watch...) sont interdits. Toute utilisation, même pour consulter l'heure, sera considérée comme une triche.
- Vous répondrez aux questions directement sur ce document.
- La rédaction sera prise en compte dans la notation.
- Toute triche entraînera la note de 1.

Barème

%	0	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
Pts											
Note	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6

Exercice 1

Déterminer l'ensemble de définition de chaque expression et les simplifier au maximum :

1. $\frac{x+3}{x^2+3x+2} \cdot \frac{x+2}{x^2+7x+12}$ (4)

2. $\frac{3x^2+8x+4}{x^4-4} \div \frac{9x^2+12x+4}{x^2-2x}$ (6)

3. $\frac{x^2+2}{x^2-x-2} + \frac{1-x}{x-2}$ (4)

4. $\frac{15}{x^2-9} - \frac{5}{2x-6}$ (4)

1) $\underline{E_D}$: $x^2+3x+2=0$
 $(x+2)(x+1)=0$ ✓
 $\mathcal{J} = \{-2; -1\}$

$x^2+7x+12=0$
 $(x+4)(x+3)=0$ ✓
 $\mathcal{J} = \{-4; -3\}$

Donc $E_D = \mathbb{R} \setminus \{-2; -1; -4; -3\}$ 0,5

$$\frac{x+3}{x^2+3x+2} \cdot \frac{x+2}{x^2+7x+12} = \frac{\cancel{(x+3)} \cdot \cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+2)}(x+1)(x+4)\cancel{(x+3)}} = \frac{1}{(x+1)(x+4)}$$
 0,5

2) $\underline{E_D}$: $x^2-4=0$
 $(x-2)(x+2)=0$ ✓
 $\mathcal{J} = \{\pm 2\}$

$9x^2+12x+4=0$
 $(3x+2)(3x+2)=0$ ✓
 $\mathcal{J} = \{-\frac{2}{3}\}$

$x^2-2x=0$
 $x(x-2)=0$ ✓
 $\mathcal{J} = \{0; 2\}$

Donc $E_D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2; 0; -\frac{2}{3}\}$ 0,5

$$\frac{3x^2+8x+4}{x^2-4} \div \frac{9x^2+12x+4}{x^2-2x} = \frac{\cancel{(3x+2)} \cdot \cancel{(x+2)}}{\cancel{(x-2)}(x+2)} \cdot \frac{x \cdot \cancel{(x-2)}}{\cancel{(3x+2)} \cdot x^2} = \frac{x}{3x+2}$$
 0,5

3) $\underline{E_D}$: $x^2-x-2=0$
 $(x-2)(x+1)=0$ ✓
 $\mathcal{J} = \{2; -1\}$

$x-2=0$ 0,5
 $\mathcal{J} = \{2\}$

$E_D = \mathbb{R} \setminus \{2; -1\}$ 0,5

(4)

$$\frac{x^2+2}{x^2-x-2} + \frac{1-x}{x-2} = \frac{x^2+2}{(x-2)(x+1)} + \frac{1-x}{x-2} \quad 0,5$$

$$= \frac{x^2+2 + (1-x)(x+1)}{(x-2)(x+1)} \quad 0,5$$

$$= \frac{x^2+2 + x-x^2 + 1-x^2}{(x-2)(x+1)} = \frac{3}{(x-2)(x+1)} \quad 0,5$$

4) E_D: $x^2-9=0$

$$(x-3)(x+3)=0 \quad \uparrow$$

$$f = \{ \pm 3 \}$$

$$\bullet \quad 2x-6=0$$

$$2(x-3)=0 \quad 0,5$$

$$f = \{ 3 \}$$

$$E_D = \mathbb{R} \setminus \{ \pm 3 \} \quad 0,5$$

$$\frac{15}{x^2-9} - \frac{5}{2x-6} = \frac{15}{(x-3)(x+3)} - \frac{5}{2(x-3)}$$

$$= \frac{30 - 5(x+3)}{2(x-3)(x+3)} = \frac{30 - 5x - 15}{2(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{-5x + 15}{2(x-3)(x+3)} = \frac{-5(x-3)}{2(x-3)(x+3)} = \frac{-5}{2(x+3)} \quad 0,5$$

0,5

(4)

Exercice 2

Résoudre les équations suivantes : Rajouter une difficulté? un diviseur commun quelque part?

1. ~~$\frac{8}{x} - \frac{3}{x^2} = 5$~~ (4)

2. $\frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{1}{x+5}$ (5,5)

3. $\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = \frac{x}{2}$ (3,5)

2) $E_D = \mathbb{R} \setminus \{0, -5\}$ 0,5

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{1}{x+5} \quad | \cdot 6x(x+5)$$

$$6(x+5) = x(x+5) - 6x$$

$$6x + 30 = x^2 + 5x - 6x \quad | -6x - 30$$

$$x^2 - 7x - 30 = 0 \quad \uparrow, 5 \quad 2, 5, 3$$

$$(x - 10)(x + 3) = 0 \quad \uparrow$$

$$S = \{10, -3\} \quad \uparrow$$

3) $E_D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ 0,5

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = \frac{x}{2} \quad | \cdot 2(x-2)$$

$$2(x^2 - 5x + 6) = x(x-2) \quad \uparrow$$

$$2x^2 - 10x + 12 = x^2 - 2x \quad | -x^2 + 2x$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$(x - 6)(x - 2) = 0 \quad \uparrow$$

$$x = 6 \text{ ou } x = 2 \quad \text{or } x = 2 \notin E_D \quad 0,5$$

$$\text{Donc } S = \{6\} \quad 0,5$$

$E_D = \mathbb{R} \setminus \{0, 1, -2\}$
0,5

$$\frac{3x}{x^2 + x - 2} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{2x^2 + 4x}$$

$$\frac{3x}{(x-1)(x+2)} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{2x(x+2)}$$

$$\frac{6x^2 - 2x^2 - 4x - x + 1}{2x(x-1)(x+2)} = 0$$

$$\frac{4x^2 - 5x + 1}{2x(x-1)(x+2)} = 0 \quad \uparrow, 5$$

$$\frac{(4x-1)(x-1)}{2x(x-1)(x+2)} = 0$$

$$(4x-1)(x-1) = 0 \quad \uparrow$$

$$x = \frac{1}{4} \text{ ou } x = 1$$

$$1 \notin E_D \quad \text{Donc } S = \left\{ \frac{1}{4} \right\} \quad 0,5$$

$$x^2 + x - 2 \quad \uparrow$$

$$= (x-1)(x+2)$$

$$\frac{2x^2 + 4x}{2x(x+2)} \quad 0,5$$

Exercice 3

8

Résoudre l'équation suivante :

$$\frac{x^3 + 2x^2 - 11x - 12}{x^2 - 2x - 3} = 0.$$

$\underline{E_D}$: $x^2 - 2x - 3 = 0$ 1
 $(x-3)(x+1) = 0$
 $\mathcal{S} = \{3, -1\}$

Donc $E_D = \mathbb{R} \setminus \{3, -1\}$ 1

$(-1)^3 + 2 + 11 - 12 = 0$ Donc divisible par $x+1$ 0,5

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 2x^2 - 11x - 12 & x+1 \\ -x^3 - x^2 & x^2 + x - 12 \\ \hline x^2 - 11x - 12 & \\ -x^2 - x & \\ \hline -12x - 12 & \\ +12x + 12 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

2

Donc $\frac{x^3 + 2x^2 - 11x - 12}{x^2 - 2x - 3} = \frac{(x+1)(x^2 + x - 12)}{(x-3)(x+1)} = \frac{(x+4)}{(x-3)}$ 1

1

= x+4

Donc $\frac{x^3 + 2x^2 - 11x - 12}{x^2 - 2x - 3} = 0$

$x+4 = 0$ 1

$x = -4$

Donc $\mathcal{S} = \{-4\}$ 0,5

$$\frac{x^3 + 2x^2 - 11x - 12}{x^2 - 2x - 3} = 0$$

$$x^3 + 2x^2 - 11x - 12 = 0 \quad 0,1$$

$$(-1)^3 + 2 + 11 - 12 = 0 \quad \text{Donc divisible par } x+1$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 2x^2 - 11x - 12 & x+1 \\ -x^3 - x^2 & x^2 + x - 12 \\ \hline x^2 - 11x - 12 & \\ -x^2 - x & \\ \hline -12x - 12 & \\ +12x + 12 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad 2$$

$$x^3 + 2x^2 - 11x - 12 = 0$$

$$(x+1)(x^2 + x - 12) = 0 \quad 1$$

$$(x+1)(x+4)(x-3) = 0 \quad 1$$

$$S_1 = -1 \notin E_0 \quad \text{Donc } S = \{-4, 3\} \quad 0,5$$

